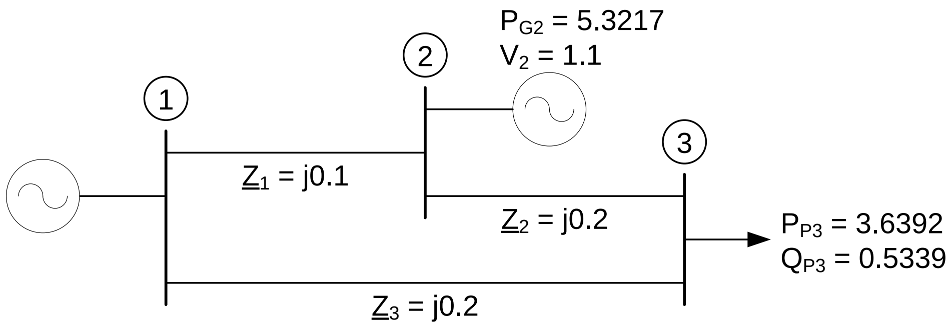
Zadatak 26.

Za mrežu prikazanu na slici sa čvorom 1 kao balansnim čvorom i parametrima datim u relativnim jedinicama, odrediti fazore napona u čvorovima sistema poslije prve iteracije koristeći:

(a) Newton-Raphsonov metod,
(b) Raspregnuti Newton-Raphsonov metod,
(c) Brzi raspregnuti Newton-Raphsonov metod,
(d) Linearni DC metod.



Rješenje:

a) Newton-Raphsonov metod

Prije primjene koraka Newton-Raphsonovog metoda za proračun tokova snaga neophodno je izvršiti formiranje matrice admitansi nezavisnih čvorova:

$$Y_B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_1}+\frac{1}{\underline{Z}_3} & -\frac{1}{\underline{Z}_1} & -\frac{1}{\underline{Z}_3} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_1} & \frac{1}{\underline{Z}_1}+\frac{1}{\underline{Z}_2} & -\frac{1}{\underline{Z}_2} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_3} & -\frac{1}{\underline{Z}_2} & \frac{1}{\underline{Z}_2}+\frac{1}{\underline{Z}_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j15 & j10 & j5 \\ j10 & -j15 & j5 \\ j5 & j5 & -j10 \end{bmatrix}$$

U prvom koraku Newton-Raphsonovog metoda za proračun tokova snaga pretpostavljaju se početne vrijednosti modula i faznih stavova napona u čvorovima sistema u skladu sa sprovedenom klasifikacijom čvorova:

$$\underline{U}_1^{(0)} = 1 + j0 = 1\lfloor 0° \qquad \underline{U}_2^{(0)} = 1.1 + j0 = 1.1\lfloor 0° \qquad \underline{U}_3^{(0)} = 1 + j0 = 1\lfloor 0°$$

U drugom koraku se, uz poznate vrijednosti napona iz prethodne iteracije, određuju injektiranja aktivne i reaktivne snage u svim čvorovima sistema primjenom relacija:

$$P_i = U_i^2 Y_{ii} \cos\psi_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} U_i U_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij})$$

$$Q_i = -U_i^2 Y_{ii} \sin\psi_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} U_i U_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij})$$

da bi se u trećem koraku odredila odstupanja aktivne i reaktivne snage primjenom relacija:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sp} - P_i^{(k-1)}$$
$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sp} - Q_i^{(k-1)}$$

Očigledno, odstupanja injektiranja aktivne snage se proračunavaju za sve čvorove osim balansnog, dok se odstupanja injektiranja reaktivne snage proračunavaju samo za potrošačke čvorove. U konkretnom slučaju, odstupanja aktivne i reaktivne snage u prvoj iteraciji su:

$$\Delta P^{(1)} = \begin{bmatrix} \Delta P_2^{(1)} \\ \Delta P_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2^{sp} \\ P_3^{sp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_2^{(0)} \\ P_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.3217 \\ -3.6392 \end{bmatrix}$$

$$\Delta Q^{(1)} = \begin{bmatrix} \Delta Q_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_3^{sp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_3^{(0)} \end{bmatrix} = [-0.0339]$$

U četvrtom koraku neophodno je izvršiti formiranje matrice Jakobijana:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial U} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial U} \end{bmatrix}$$

primjenom relacija:

	$\boldsymbol{\partial P_i}$	$\boldsymbol{\partial Q_i}$
$\boldsymbol{\partial \theta_i}$	$-\sum_{j=1}^{n} U_i U_j Y_{ij} sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$	$\sum_{j=1}^{n} U_i U_j Y_{ij} cos(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$
$\boldsymbol{\partial \theta_j}$	$U_i U_j Y_{ij} sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$	$-U_i U_j Y_{ij} cos(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$
$\boldsymbol{\partial U_i}$	$2U_i Y_{ii} cos\varphi_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} U_j Y_{ij} cos(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$	$-2U_i Y_{ii} sin\varphi_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} U_j Y_{ij} sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$
$\boldsymbol{\partial U_j}$	$U_i Y_{ij} cos(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$	$U_i Y_{ij} sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$

Prilikom određivanja pojedinačnih elemenata matrice Jakobijana, jasno je da se koriste vrijednosti modula i faznih stavova napona iz prethodne iteracije. U konkretnom slučaju, matrica Jakobijana je oblika:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial U_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial U_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.5 & -5.5 & 0 \\ -5.5 & 10.5 & 0 \\ 0 & 0 & 9.5 \end{bmatrix}$$

U petom koraku se, uz poznata odstupanja injektiranja aktivne i reaktivne snage i poznatu matricu Jakobijana rješava sistem jednačina:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(1)} \\ \Delta P_3^{(1)} \\ \Delta Q_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial U_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial U_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(1)} \\ \Delta\theta_3^{(1)} \\ \Delta U_3^{(1)} \end{bmatrix}$$

odakle se korekcije modula i faznih stavova napona određuju kao:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(1)} \\ \Delta\theta_3^{(1)} \\ \Delta U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.5 & -5.5 & 0 \\ -5.5 & 10.5 & 0 \\ 0 & 0 & 9.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5.3217 \\ -3.6392 \\ -0.0339 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2508 \\ -0.2152 \\ -0.0036 \end{bmatrix}$$

U šestom koraku se, koristeći proračunate korekcije, ažuriraju vrijednosti modula i faznih stavova napona kao:

$$\theta_2^{(1)} = \theta_2^{(0)} + \Delta\theta_2^{(1)} = 0 + 0.2508 = 0.2508$$
$$\theta_3^{(1)} = \theta_3^{(0)} + \Delta\theta_3^{(1)} = 0 - 0.2152 = -0.2152$$
$$U_3^{(1)} = U_3^{(0)} + \Delta U_3^{(1)} = 1 - 0.0036 = 0.9964$$

čime je završena prva iteracija Newton-Raphsonovog metoda za proračun tokova snaga. Sada se vrijednosti modula i faznih stavova napona dobijeni u ovoj iteraciji koriste za ponovno računanje injektiranja aktivne i reaktivne snage u čvorovima sistema i njihovih odstupanja, kao i svih elemenata matrice Jakobijana, nakon čega se dobijaju rezultati nove iteracije. Postupak se ponavlja do konvergencije, tj. dok se ne zadovolji predefinisana tačnost (npr. odstupanja injektiranja aktivnih i reaktivnih snaga u svim čvorovima sistema moraju biti manja od $\varepsilon = 10^{-3}$).

Kod posmatranog sistema tačnost je zadovoljena nakon 4 iteracije, a dobijeni rezultati su:

$$\theta_2 = 0.2618$$
$$\theta_3 = -0.2618$$
$$U_3 = 0.9$$

b) Raspregnuti Newton-Raphsonov metod

Za raspregnuti Newton-Raphsonov metod postupak je analogan, uz olakšicu, jer su elementi blok matrica Jakobijana J_2 i J_3 jednaki nuli. Prirodno, zbog prelaska sa apsolutne promjene modula napona ΔV na relativnu promjenu modula napona $\Delta V/V$ mijenjaju se i izrazi za određivanje elemenata matrice Jakobijana.

c) Brzi raspregnuti Newton-Raphsonov metod

Brzi raspregnuti metod je zasnovan na raspregnutom metodu čija je osnovna jednačina u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix}$$

gdje blok matrice H i L odgovaraju blok matricama Jakobijana J_1 i J_4.

Uzimajući u obzir da je $G_{ij} = Y_{ij}\cos\psi_{ij}$ i $B_{ij} = Y_{ij}\sin\psi_{ij}$, vandijagonalni elementi matrica H i L se određuju kao:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = U_i U_j \left[G_{ij}\sin\left(\theta_i - \theta_j\right) - B_{ij}\cos\left(\theta_i - \theta_j\right)\right]$$
$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = U_i U_j \left[G_{ij}\sin\left(\theta_i - \theta_j\right) - B_{ij}\cos\left(\theta_i - \theta_j\right)\right]$$

odakle je jasno da je $H_{ij} = L_{ij}$, dok se dijagonalni elementi određuju kao:

$$H_{ii} = -U_i^2 B_{ii} - Q_i$$
$$L_{ii} = -U_i^2 B_{ii} + Q_i$$

Uz dodatne aproksimacije:

$$\cos\left(\theta_i - \theta_j\right) \approx 1 \qquad G_{ij}\sin\left(\theta_i - \theta_j\right) \ll B_{ij} \qquad Q_i \ll B_{ii} U_i^2$$

prethodni izrazi se svode na:

$$H_{ij} = L_{ij} = -U_i U_j B_{ij}$$
$$H_{ii} = L_{ii} = -U_i^2 B_{ii}$$

Na ovaj način, osnovna jednačina raspregnutog metoda se raspreže na:

$$\Delta P = H\Delta\theta = [V\ B'\ V]\ \Delta\theta$$
$$\Delta Q = L(\Delta V/V) = [V\ B''\ V]\ (\Delta V/V)$$

gdje su ${B_{ij}}'$ i ${B_{ij}}''$ elementi matrice susceptansi sistema.

Finalni oblik brzog raspregnutog modela se dobija kada se:

- ispusti iz B' predstavljanje onih mrežnih elemenata koji dominantno utiču na tokove reaktivnih snaga kao što su, na primjer, otočne reaktanse i transformatori sa nenominalnim prenosnim odnosom,
- ispusti iz B'' uticaj zakretnih transformatora na promjenu faznog stava,
- podijele jednačine za ΔP i ΔQ sa U_i, a u jednačinama se postavi $U_j = 1.0$,
- zanemari redna otpornost u određivanju elemenata matrice **B'** kada ona postaje matrica približnog jednosmjernog (DC) modela tokova snaga.

Tada je:

$$\Delta P/V = B'\Delta\theta$$
$$\Delta Q/V = B''(\Delta V/V)$$

Za dati problem, jednačine sistema su:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_2^{(1)}}{V_2^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta P_3^{(1)}}{V_3^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} \\ -B_{32} & -B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(1)} \\ \Delta\theta_3^{(1)} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta Q_3^{(1)}}{V_3^{(0)}} \end{bmatrix} = [-B_{33}] \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta V_3^{(1)}}{V_3^{(0)}} \end{bmatrix}$$

koje se, nakon zamjene brojnih vrijednosti, svode na:

$$\begin{bmatrix} 4.838 \\ -3.6392 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(1)} \\ \Delta\theta_3^{(1)} \end{bmatrix} \qquad [-0.0339] = [10] \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta V_3^{(1)}}{V_3^{(0)}} \end{bmatrix}$$

odakle je:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2^{(1)} \\ \Delta\theta_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2414 \\ -0.2432 \end{bmatrix} \qquad \Delta V_3^{(1)} = -0.00339$$

pa su moduli i fazni stavovi napona u prvoj iteraciji:

$$\theta_2^{(1)} = \theta_2^{(0)} + \Delta\theta_2^{(1)} = 0 + 0.2414 = 0.2414$$
$$\theta_3^{(1)} = \theta_3^{(0)} + \Delta\theta_3^{(1)} = 0 - 0.2432 = -0.2432$$
$$U_3^{(1)} = U_3^{(0)} + \Delta U_3^{(1)} = 1 - 0.00339 = 0.996$$

Nove vrijednosti modula i faznih stavova napona se koriste za proračun odstupanja injektiranja aktivne i reaktivne snage i postupak se ponavlja dok se ne postigne željena tačnost.

d) Linearni (DC) metod

Osnovna matrična jednačina DC metoda za proračun tokova snaga je:

$$P = -B'\theta$$

gdje se elementi matrice B' određuju kao:

$$B_{ij} = \begin{cases} -b_{ij}^g = \dfrac{1}{x_{ij}^g}, & i \neq j \\ \displaystyle\sum_{j\in\alpha_i} b_{ij}^g = -\sum_{j\in\alpha_i} \frac{1}{x_{ij}^g}, & i = j \end{cases}$$

gdje x_{ij}^g i b_{ij}^g predstavljaju reaktansu i susceptansu grane $i - j$, respektivno.

Da bi se dobilo jednoznačno rješenje za fazne stavove θ**,** potrebno je ugao jednog čvora usvojiti kao referentni (npr. za $i = 1$ se usvaja $\theta_1 = 0$), nakon čega se dobija matrična jednačina oblika:

$$P_r = -B_r'\theta_r$$

gdje je:

$B_r{}'$ - redukovana matrica susceptansi koja se dobija kada se iz matrice B' odstrane vrsta i kolona koje odgovaraju referentnom čvoru,

$P_r = [P_2, P_3, \dots, P_n]^T$ – redukovani vektor injektiranja aktivnih snaga u nezavisnim čvorovima,

$\theta_r = [\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n]^T$ – redukovani vektor nepoznatih faznih stavova napona nezavisnih čvorova.

Za dati problem se kao referentni čvor usvaja balansni, pa je matrica susceptansi nezavisnih čvorova:

$$B' = \begin{bmatrix} -15 & 10 & 5 \\ 10 & -15 & 5 \\ 5 & 5 & -10 \end{bmatrix}$$

a redukovana matrica $B_r{}'$ je:

$$B_r{}' = \begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$$

Injektiranja aktivne snage u čvorovima sistema se određuju primjenom relacije:

$$P_i = P_{G\,i} - P_{P\,i}$$

pa je:

$$P = \begin{bmatrix} 5.3217 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 3.6392 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.3217 \\ -3.6392 \end{bmatrix}$$

Rješavanjem matrične jednačine:

$$\begin{bmatrix} 5.3217 \\ -3.6392 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

određuju se fazni stavovi:

$$\theta_2 = 0.2802$$
$$\theta_3 = -0.2238$$

Tokovi snaga po vodovima se određuju kao:

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 - 0.2802}{0.1} = 2.802$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = \frac{0 + 0.2238}{0.2} = 1.119$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0.2802 + 0.2238}{0.2} = 2.52$$

Zadatak 27.

Posmatra se elektrana sa dva termoagregata. Odrediti raspodjelu opterećenja na agregate u pogonu koja obezbjeđuje najekonomičniji rad. Uzeti u obzir da elektrana mora napajati konzum snage 315 MW. Krive troškova agregata su date izrazima:

$$C_A(P_A) = 0.002P_A^2 + 2.2P_A + 223$$
$$C_B(P_B) = 0.0035P_B^2 + 2P_B + 240$$

Rješenje:

Najekonomičniji rad elektrane se obezbjeđuje kada su priraštaji troškova oba agregata jednaki, odnosno kada važi:

$$\frac{dC_A}{dP_A} = \frac{dC_B}{dP_B}$$

Zamjenom izraza za krive troškova agregata prethodna jednačina dobija oblik:

$$0.004P_A + 2.2 = 0.007P_B + 2$$

Druga jednačina se dobija iz uslova da elektrana mora napajati konzum snage 315 MW, odakle slijedi:

$$P_A + P_B = 315$$

Ako se snaga agregata B izrazi u funkciji snage agregata A kao $P_B = 315 - P_A$, zamjenom u prvu jednačinu slijedi:

$$0.004P_A + 2.2 = 2.205 - 0.007P_A + 2$$

odakle je snaga agregata A:

$$P_A = 182.3\ MW$$

Snaga agregata B je tada:

$$P_B = 315 - P_A = 132.7\ MW$$

Priraštaj troškova elektrane je tada:

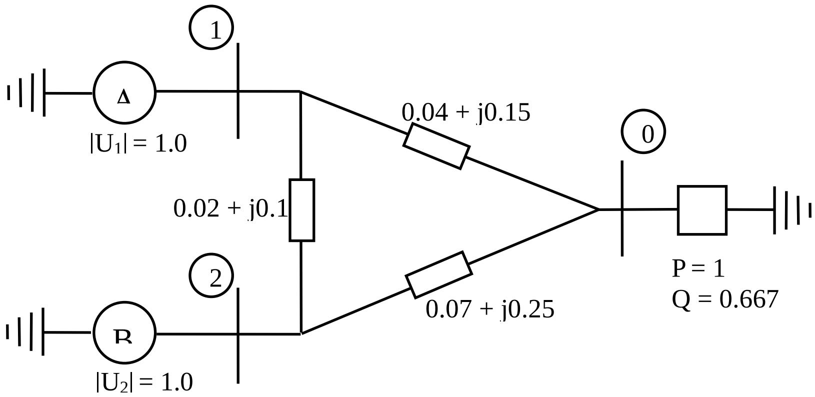
$$\lambda = \frac{dC_A}{dP_A} = \frac{dC_B}{dP_B} = 2.93\,\frac{€}{MWh}$$

Zadatak 28.

U sistemu čija je jednopolna šema prikazana na slici, sa svim parametrima u jediničnim vrijednostima, generatori A i B napajaju konzum u čvoru 0. Ako su krive troškova agregata:

$$C_A(P_A) = 0.002P_A^2 + 2.2P_A + 223$$
$$C_B(P_B) = 0.0035P_B^2 + 2P_B + 240$$

odrediti najekonomičniju raspodjelu opterećenja na generatore u pogonu uzimajući u obzir troškove pogona generatora i gubitke u prenosu.



Rješenje:

1. *Formiranje matrice* Z_B

$$Y_B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\underline{Z}_{10}} + \dfrac{1}{\underline{Z}_{12}} & -\dfrac{1}{\underline{Z}_{12}} \\ -\dfrac{1}{\underline{Z}_{12}} & \dfrac{1}{\underline{Z}_{20}} + -\dfrac{1}{\underline{Z}_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.58 - j15.84 & -1.92 + j9.62 \\ -1.92 + j9.62 & 2.96 - j13.32 \end{bmatrix}$$

$$Z_B = Y_B^{-1} = \begin{bmatrix} 0.028 + j0.105 & 0.021 + j0.075 \\ 0.021 + j0.075 & 0.032 + j0.125 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.109\lfloor 75.22^\circ & 0.078\lfloor 74^\circ \\ 0.078\lfloor 74^\circ & 0.129\lfloor 74.44^\circ \end{bmatrix}.$$

2. *Određivanje koeficijenata* C *i* D

Koeficijenti C i D se određuju primjenom relacija:

$$C_{ki} = \frac{R_{ki}\cos(\theta_i - \theta_k)}{U_i U_k} \qquad D_{ki} = \frac{R_{ki}\sin(\theta_i - \theta_k)}{U_i U_k}$$

pri čemu se za vrijednosti modula i faznih stavova napona obično uzimaju njihove vrijednosti iz proračuna tokova snaga. Kako ove vrijednosti nijesu unaprijed poznate, za prvu aproksimaciju koeficijenata C i D se pretpostavlja:

$$U_1 = U_2 = 1 \qquad \theta_1 = \theta_2$$

Tada su koeficijenti C i D:

$$C_{11}^{(1)} = R_{11} = 0.028$$
$$C_{12}^{(1)} = C_{21}^{(1)} = R_{12} = R_{21} = 0.021$$
$$C_{22}^{(1)} = R_{22} = 0.032$$

pa se priraštaj gubitaka u zavisnosti od snage generatora 1 i 2 određuje kao:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2\sum_{i=1}^{2} C_{1i}P_i = 2(C_{11}P_1 + C_{12}P_2) = 0.056P_1 + 0.042P_2$$
$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2\sum_{i=1}^{2} C_{2i}P_i = 2(C_{21}P_1 + C_{22}P_2) = 0.042P_1 + 0.064P_2$$

3. *Procjena ukupne potražnje*

Kako bi se odredila ukupna potražnja, neophodno je procijeniti gubitke u sistemu i dodati ih snazi konzuma. Neka gubici u sistemu iznose 5%. Tada je ukupna potražnja u sistemu koja odgovara zbiru snaga na pragu generatora 1 i 2:

$$P_A + P_B = P_P + P_L = 1 + 0.05 = 1.05$$

4. *Procjena λ' za sistem*

Jednačine priraštaja troškova agregata 1 i 2 su:

$$\lambda_1 = 0.004P_1 + 2.2$$
$$\lambda_2 = 0.007P_2 + 2$$

Neka je $\lambda' = \lambda_1' = \lambda_2' = 3\ €/MWh$. Tada je jednačina korigovanih troškova agregata 1:

$$\lambda_1' = \lambda_1 \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_1}}$$

odakle je:

$$\lambda_1'\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_1}\right) = \lambda_1$$

pa zamjenom brojnih vrijednosti slijedi:

$$3(1 - 0.056P_1 - 0.042P_2) = 0.004 \cdot 300 \cdot P_1 + 2.2 = 1.2P_1 + 2.2$$

Sređivanjem, dolazi se do jednačine:

$$1.368P_1 + 0.126P_2 = 0.8 \qquad (1)$$

Sprovođenjem iste procedure za agregat 2 slijedi:

$$\lambda_2'\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_2}\right)=\lambda_2$$
$$3(1-0.042P_1-0.064P_2)=0.007\cdot 300\cdot P_2+2=2.1P_2+2$$
$$0.126P_1+\ 2.292P_2=1 \tag{2}$$

Rješavanjem sistema jednačina (1) i (2) slijedi:

$$P_1=0.547$$
$$P_2=0.406$$

Tada je potražnja u sistemu:

$$P_1+P_2=0.953\neq 1.05$$

Zaključuje se da je procijenjena vrijednost λ' mala, pa se ona povećava, tj. usvaja se $\lambda'=3.1\ €/MWh$. Ponavljajući prethodnu proceduru dobijaju se jednačine:

$$1.374P_1+0.13P_2=0.9$$
$$0.13P_1+2.298P_2=1.1$$

nakon čega je:

$$P_1=0.613$$
$$P_2=0.444$$

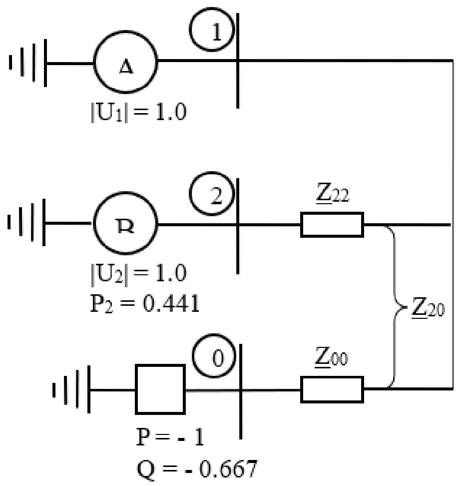
tako da je ukupna potražnja:

$$P_1+P_2=1.057$$

što je jako blisko pretpostavljenoj potražnji.

5. Proračun tokova snaga u cilju korekcije C i D koeficijenata

Zamjenska šema sistema sa balansnim čvorom kao referentnim je oblika:



Matrica impedansi nezavisnih čvorova sa čvorom balansnog generatora kao referentnim je oblika:

$$Z_B = \begin{bmatrix} 0.028 + j0.105 & 0.006 + j0.03 \\ 0.006 + j0.03 & 0.017 + j0.08 \end{bmatrix}$$

Početne vrijednosti napona u čvorovima sistema su:

$\underline{U}_1 = 1\lfloor 0°$ $\qquad$ $\underline{U}_2 = 1\lfloor 0°$ $\qquad$ $\underline{U}_3 = 1\lfloor 0°$

Poznata injektiranja aktivne i reaktivne snage su:

$$P_2 = 0.444$$
$$P_3 = -1$$
$$Q_3 = -0.667$$

Tada je, u skladu sa jednačinama Gauss-Seidelovog metoda u konceptu Z_B:

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_1 + \underline{Z}_{00}\frac{P_0 - jQ_0}{\underline{U}_0^{\ *}} + \underline{Z}_{02}\frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^{\ *}}$$
$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 + \underline{Z}_{20}\frac{P_0 - jQ_0}{\underline{U}_0^{\ *}} + \underline{Z}_{22}\frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^{\ *}}$$
$$Q_2 = -Im\left\{\frac{\underline{U}_2^*}{\underline{Z}_{22}}\left(\underline{U}_2 - \underline{U}_1 - \underline{Z}_{20}\frac{P_0 - jQ_0}{\underline{U}_0^{\ *}}\right)\right\}$$

Iterativnom primjenom prethodnih relacija dolazi se do vrijednosti:

$Q_2 = 0.306$ $\qquad$ $\underline{U}_0 = 0.897\lfloor -4.8°$ $\qquad$ $\underline{U}_2 = 1\lfloor 0.3°$

Za generator 1 važi:

$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 - \underline{I}_P$$

odnosno:

$$\frac{P_1 - jQ_1}{\underline{U}_1^{\ *}} = -\frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^{\ *}} - \frac{P_0 - jQ_0}{\underline{U}_0^{\ *}}$$

tako da je nakon zamjene brojnih vrijednosti:

$$P_1 - jQ_1 = 0.608 - j0.532$$

Proračunata snaga balansnog generatora od 0.608 je očigledno manja od pretpostavljene 0.613, pa se gubici procijenjeni u trećem koraku smanjuju za 0.005.

Proračunate vrijednosti fazora napona se koriste za ažuriranje koeficijenata C i D i procedura opisana koracima 4 i 5 se ponavlja dok se ne postigne zanemarljiva razlika u gubicima između dvije iteracije.